

1 ICT

Uitleg van de vier apps die worden gebruikt in deze workshop

- Wet van de grote en kleine aantallen
- Kunstmatige Intelligentie
- Gokkast
- Roulette

Al deze apps staan op de site www.vustat.eu.

Algemene buttons

Bij alle apps staat een menu-knop  rechts boven in het scherm. De menu-knop laat een menu verschijnen met in ieder geval de opties **Kies taal** en de optie **APPS**, dat je terug brengt naar het overzicht menu. Door buiten het menu te klikken, sluit je het menu. In de bovenste balk in de browser staat de button . Deze button brengt je terug naar de startpagina van de app.

In de laatste twee apps wordt gebruikt gemaakt van het **tempotool**



De eerste drie knoppen zijn de tempo-knoppen

De eerste knop is "stap-voor-stap"

De tweede knop "langzaam" is bijzonder geschikt om leerlingen in de klas het proces van de simulatie te laten zien.

De derde knop "snel" laat het proces zeer snel doorlopen. Soms zie je de tussenresultaten niet.

De vierde knop: de "stop" laat het proces stoppen. De parameters kun je dan opnieuw instellen. Je start het proces door op een van de tempo-knoppen te drukken. Je onderbreekt het simulatie proces door op dezelfde tempotoets te drukken.

2 Random getallen

Verdere uitleg hoe je random getallen maakt op de computer

Start een browser (Chrome,firefox, edge enzovoorts) Druk op de toets F12. Je krijgt dan de source code van de webpagina te zien. Een van de menu opties is console Een random getal krijg je door daar de opdracht `Math.random()` in te tikken en dan ENTER om de regel af te sluiten. Met het pijltje omhoog kun je de opdracht nog een keer laten uitvoeren.

Een rad van avontuur doe je met

```
Math.floor(26*Math.random())
```

Nu heeft elk getal tussen 0 en 25 een even grote kans om getrokken te worden. `Math.floor(x)` geeft het grootste gehele getal dat kleiner is dan x

3 Gambler's fallacy

In het lesmateriaal over de gambler's fallacy staan een aantal bezwaren tegen de eenvoudige opmerking dat een roulette bal geen geheugen heeft. Het zijn opmerkingen die niet zo gemakkelijk te weerleggen zijn. Hieronder twee reacties

- Inderdaad de wet van de grote aantallen zegt dat het verwachte percentage naar 50% gaat. Stel dat in de eerste 2000 worpen 800 keer rood is gevallen en 1200 keer groen. Dus 40% rood. Als je daarna weer 2000 keer gaat gooien verwacht je 1000 keer rood en 1000 keer groen. De aantallen worden dan in totaal 1800 keer rood en

2200 keer groen. Dat is dus 45% rood. Gooi nog 2000 keer. Wat is dan het verwachte percentage rood?

- De kans op meer dan 17 keer rood is $1/2^{17}=1/131072$. In een casino worden ongeveer 250 keer per dag op een tafel roulette gespeeld. Dat betekent dat je gemiddeld $131072 / 250 = 524$ dagen in het casino in het casino moet zijn om dit mee te maken.

De volgende uitspraken maken de zelfde fout als de gambler's fallacy. Deze uitspraken kun je misschien gebruiken om de leerlingen te prikkelen.

- De gokkast gaat nu geven want hij heeft zolang niets gegeven
- De prijs moet nu vallen want de machine is nu heel actief.
- Als ik nu niet mee doe dan mis ik de jackpot. De machine is op het punt te geven. Ik had twee goed
- Er is tien keer een getal onder de 18 gevallen. De volgende keer moet er een getal groter dan 18 vallen en anders wel de keer daar na.
- De volgende keer wacht ik tot er tien keer even gevallen is, dan pas ga ik grof gokken.
- Ik had net veel verloren in de gokkast en ik stopte. Vlak na mij kwam iemand anders en haalde de hele kast leeg. Dat gaat mij niet meer gebeuren

4 Roulette

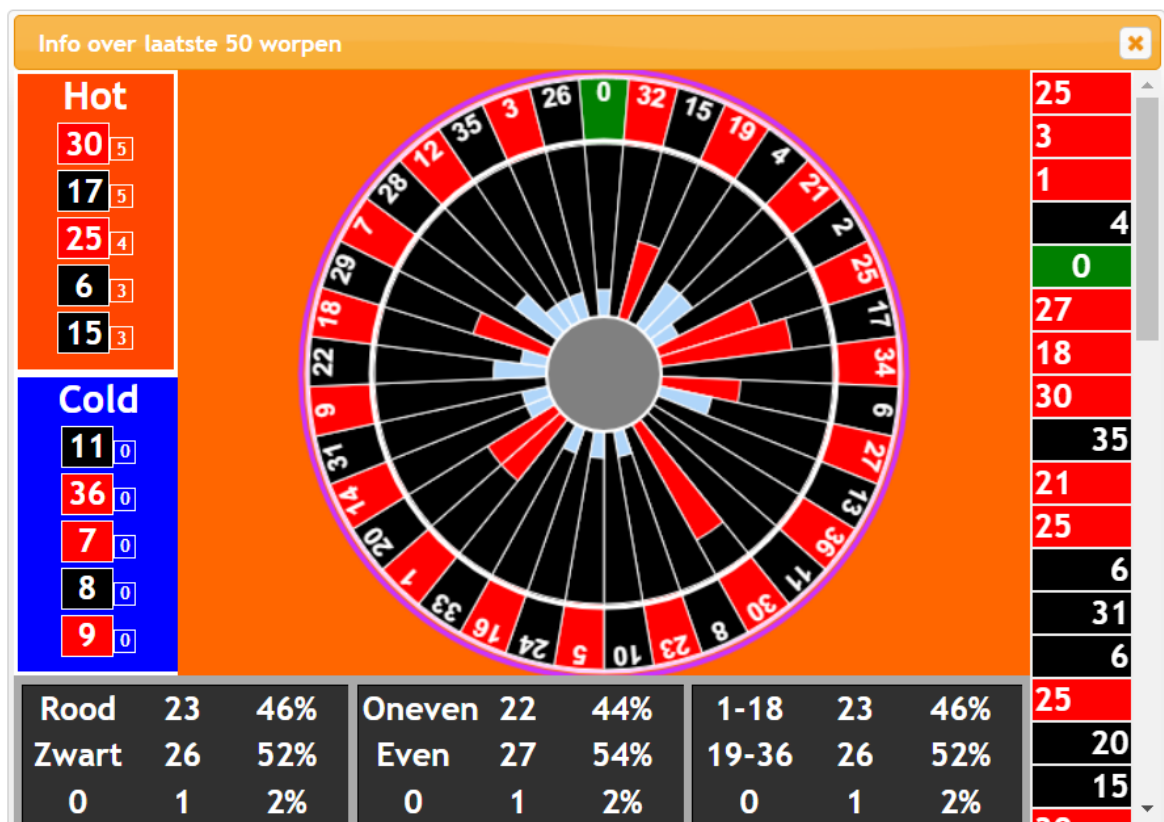
Roulette met 10 spelers .

Je start met 10 spelers. Iedere speler kan zijn eigen inzet doen. Je kunt ook op de 0 spelen of op 0 en 2 . Dit pas je aan door de speler te activeren en op het speelscherm boven in het scherm te klikken op de nul of op de lijn tussen 0 en 2.

Het kan extreem lang duren totdat alle spelers failliet zijn. Als dat lijkt te gebeuren zou ik onderbreken. Als een speler veel wint, kan hij in theorie stoppen, maar dan moet hij nooit meer in het casino komen. Anders kan hij net zo goed meteen doorspelen.

Info over laatste 50 worpen

Het beeld dat verschijnt bij de knop Info over laatste 50 worpen lijkt erg op wat in casino's gepresenteerd wordt. Het laat zien hoe casino's omgaan met de gambler's fallacy



De wet van de grote aantallen

Het doel van dit onderdeel is om inzicht te krijgen op de consequenties van langer roulette spelen. Dat is immers de realiteit. Men gaat meestal immers niet voor één spelletje naar het casino. Een schatting is dat er 250 spelletjes per dag worden gespeeld op één tafel. Default staat het aantal spellen ingesteld op 2500. Door een groot aantal keer te simuleren kun je de kansen bepalen op een winst of verlies. En ook de gemiddelde winstkans.

Door uitproberen kun je zien dat het als je op één getal speelt het niet uitmaakt op welk getal.

Wel verschil maakt of je op een getal speelt, of op bijvoorbeeld even. Het gemiddelde verlies is even groot, maar de spreiding is heel verschillend.

Met de knop [Info over strategie](#) krijg je info over de pure strategie. Het verwacht verlies en spreiding worden hier gepresenteerd als gegokt wordt op het tweetal (35, 36).

Strategie puur

Aantal spellen	2500
Kans om 1 spel te winnen	5.4%
Verwacht verlies per spel (μ)	-0.027
Spreiding (σ)	4.070
Verwacht verlies voor 2500	-67.6
Spreiding 2500	203.5

Simuleren laat beter zien wat deze getallen betekenen

Ook hier is informatie beschikbaar over de getallen waarop de prijs is gevallen. Kies de knop [Toon worpen](#), een scherm verschijnt met daarop

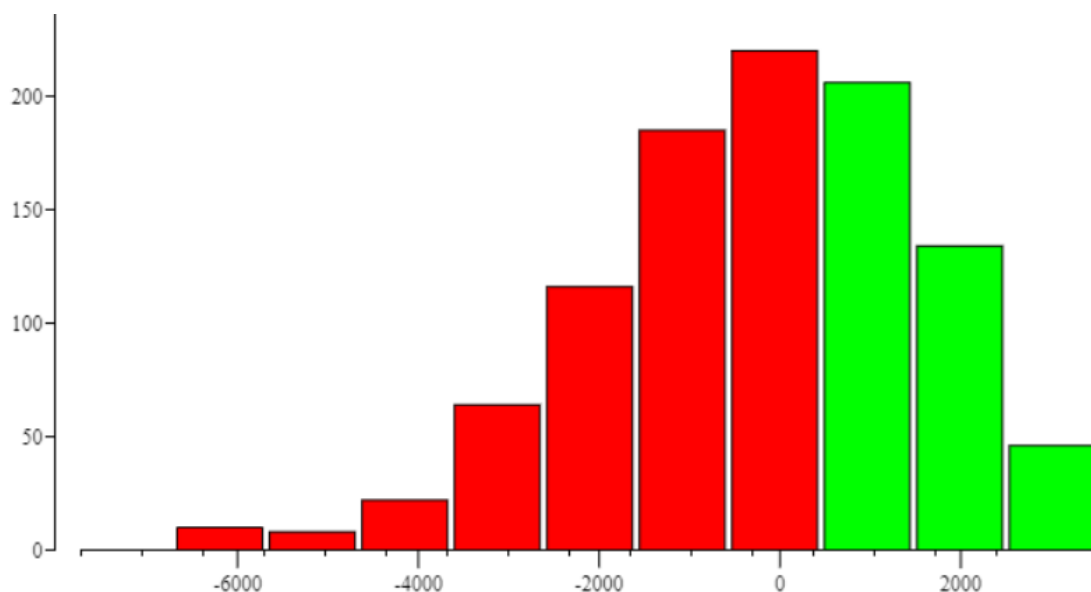
alle getallen die de afgelopen ronde gespeeld zijn. Als er niets te zien is, klik dan op  Groen betekent een prijs voor de speler. Roze is geen prijs.

De verdubbelingsstrategie

Je kunt de strategie veranderen met de knop 

De verdubbelingsstrategie is: Zet eerst 1 in op even, als je verliest dan verdubbel je je inzet, als je weer verliest verdubbel je je inzet enzovoorts totdat je wint. Je hebt dan 1 gewonnen. Als je boven de maximale inzet van de tafel komt moet je helaas stoppen. Je begint dan weer opnieuw met een inzet van 1.

Veel roulette spelers denken dat de verdubbelingsstrategie een winnende strategie is. Door simuleren kun je nagaan dat dat niet zo is. Het verwacht verlies blijft 2,7% van de inzet



De meest rechtse balk staat voor het gedeelte van de spelen waarbij alle 2500 spelletjes uiteindelijk gewonnen werden. De balk daarnaast staat voor de spelen waarbij 1 keer uiteindelijk niet gewonnen is.

Ook hier is informatie beschikbaar over de getallen waarop de prijs is gevallen. Kies de knop **Toon worpen**. een scherm verschijnt met daarop alle getallen die de afgelopen ronde gespeeld zijn. Als er niets te zien is, klik dan op 

Toon worpen											
1	1	23	2	27	4	17	8	5	16	16	
2	1	31	2	8							
3	1	4									
4	1	27	2	18							
5	1	12									
6	1	24									
7	1	26									
8	1	25	2	6							
9	1	15	2	24							
10	1	13	2	34							
11	1	30									
12	1	25	2	30							

vervolgens

Iedere regel is een spel. Voor de eerste regel Eerst het nummer, dan de inzet 1, dan het getal dat gevallen is 23, Rose want geen prijs.

Vervolgens de verdubbelde inzet 2 en het getal dat dan gevallen is, weer geen prijs etcetera

Met de knop **Info over strategie** krijg je nu info over de verdubbelings strategie.

Verdubbelingsstrategie	
Maximale inzet	1000
Aantal spellen	2500
Inzet volgorde	1 2 4 8 16 32 64 128 256 512
Maximale verlies	1023 Als het 10 keer fout gaat
Kans om 1 te winnen per spel	0.998725
Kans om 1023	0.001275 Dit is ongeveer 1 op de 784 keren
Verwacht verlies per spel	-0.3056
Spreiding	36.5412
Verwacht verlies voor 2500	-764.0645
Spreiding 2500	1827.0579
Kans op verlies maximale inzet	
Aantal	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
Uitkomst	2500 1477 454 -569 -1592 -2615 -3638 -4661 -5684 -6707
Kans	4.13% 13.16% 20.97% 22.28% 17.75% 11.32% 6.01% 2.74% 1.09% 0.39%

OK

Belangrijke regel is de kans om te verliezen. Dat is in 1 op de 784 keren. Je verliest dan 1023. Dit laat al zien dat het een verliesgevende strategie is.

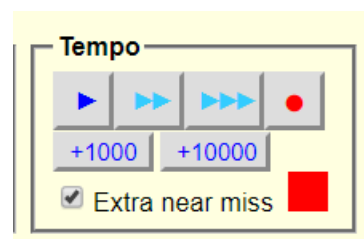
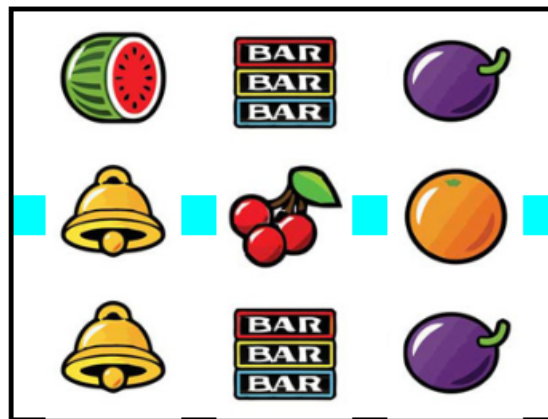
5 Gokkast

Kies de app Gokkast en start de app met de start button. De middelste rij bepaalt of je dit spelletje wat wint of dat je je inzet verliest.

De gokkast uit deze simulatie heeft drie rollen. Hoe die rollen zijn samengesteld en hoe groot de prijs is die op een combinatie valt, kun je zelf instellen.

Van elk symbool op een rol geef je op hoe vaak dat symbool voorkomt. Verder kun je prijzen op de combinaties van symbolen invullen. Met deze instellingen ligt theoretisch vast hoe groot het verwachte uitkeringspercentage is. Bij een bepaald aantal spellen per uur ligt dus ook het bedrag vast dat gemiddeld in een uur verloren of gewonnen wordt.

Op het speelscherm zie je de gokkast draaien. In de tabel ernaast kun je zien hoe vaak een bepaalde combinatie is voorgekomen.



Je start het gokken met het tempo-tool . De statistieken worden bijgehouden in de tabel rechtsboven

Statistiek van 2.124 spellen			
Bedragen		Inhoudings percentage	
Totaal uitgekeerd	1.968	Verwacht percentage	17.94%
Kosten per uur	66.10	% Winst bank	7.34%
Aantal uur gespeeld	02:21:36		
Totaal verlies 156			

%winst bank is het percentage van de inzet dat de bank mag houden. Je zult zien dat het soms heel lang kan duren totdat dit percentage komt in de buurt van het verwachte percentage.

Met de button **Rollen en prijzen** verschijnt het instel scherm. Zorg ervoor

dat de simulatie is gestopt.



Daar kun je o.a. de aantallen van de figuren per rol vaststellen. ook de prijzen kun je wijzigen. Wijzigingen aan de rollen leidt tot een ander inhoudingspercentage. De $\eta(\mu)$ geeft dit als proportie. De sigma (σ) geeft de spreiding.

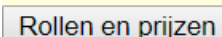
Kosten per uur

Minimaal enige duizenden spelletjes moeten gespeeld zijn voordat deze grafiek zinvol wordt. Het hangt natuurlijk van de gokkast af hoeveel spelletjes per uur je speelt. Met enige honderd duizenden spellen kun je inzicht krijgen in de kosten per uur. Gebruik de schuiven om de kans te bepalen op een resultaat van winst met meer dan 100.

De Near-Miss

Als alle drie de rollen de bar laten zien en bij minimaal twee rollen is de bar op dezelfde regel en er toch geen prijs is, is er sprake van een near miss. Een near miss heeft vaak een enorm aansporend effect op de speler. De gokkast is zo gemaakt dat je het aantal extra near misses kunt instellen. Je zet de "near misses" aan met de check button bij de tempotool. In de standaard instelling wordt in 30% van de gevallen als er geen prijs is gevallen de uitkomst vervangen door een "near miss". Als de computer een extra near miss laat zien verschijnt het rode vierkantje,

Het percentage near misses kun je instellen met de button



6 Kunstmatige Intelligentie

Kies de app Kunstmatige intelligentie en start de app met de start button.

Je moet eerst 40 nullen en enen met je toetsenbord invoeren. Er zijn ook 0 en 1 knoppen als er geen toetsenbord is. Dan moet je een ENTER geven en gaat de

computer voorspellen. Het voorspellen gaat met behulp van onderstaande tabel

Kentallen
Percentage goed 83.1%

Combi- natie	Aantal	Aantal xxx1	kans op xxx1
000	1	1	0.575
001	10	0	0.098
010	40	30	0.767
011	6	2	0.405
100	10	9	0.853
101	34	6	0.120
110	6	5	0.719
111	2	0	0.361

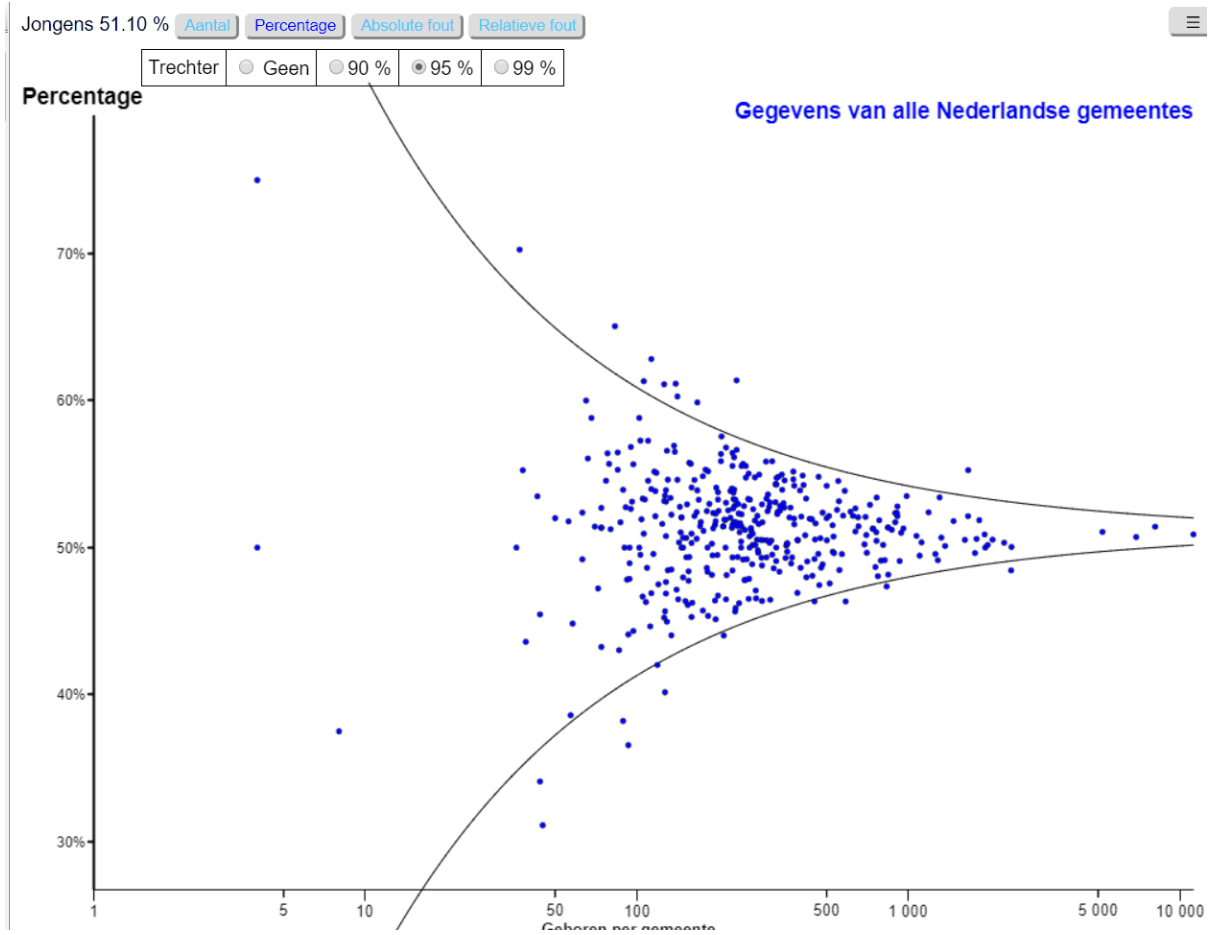
Deze tabel laat zien hoe de omputer voorspelt. De computer kijkt wat je de laatste **drie keer** hebt ingetikt. En kijkt vervolgens wat je daarna deed. In de tabel hierboven kun je zien dat je in totaal 10 keer 001 hebt ingetikt en 0 keer daarvan heb je daarna een 1 ingetikt. De computer voorspelt in die situatie een 1. De kansen passen zich aan.

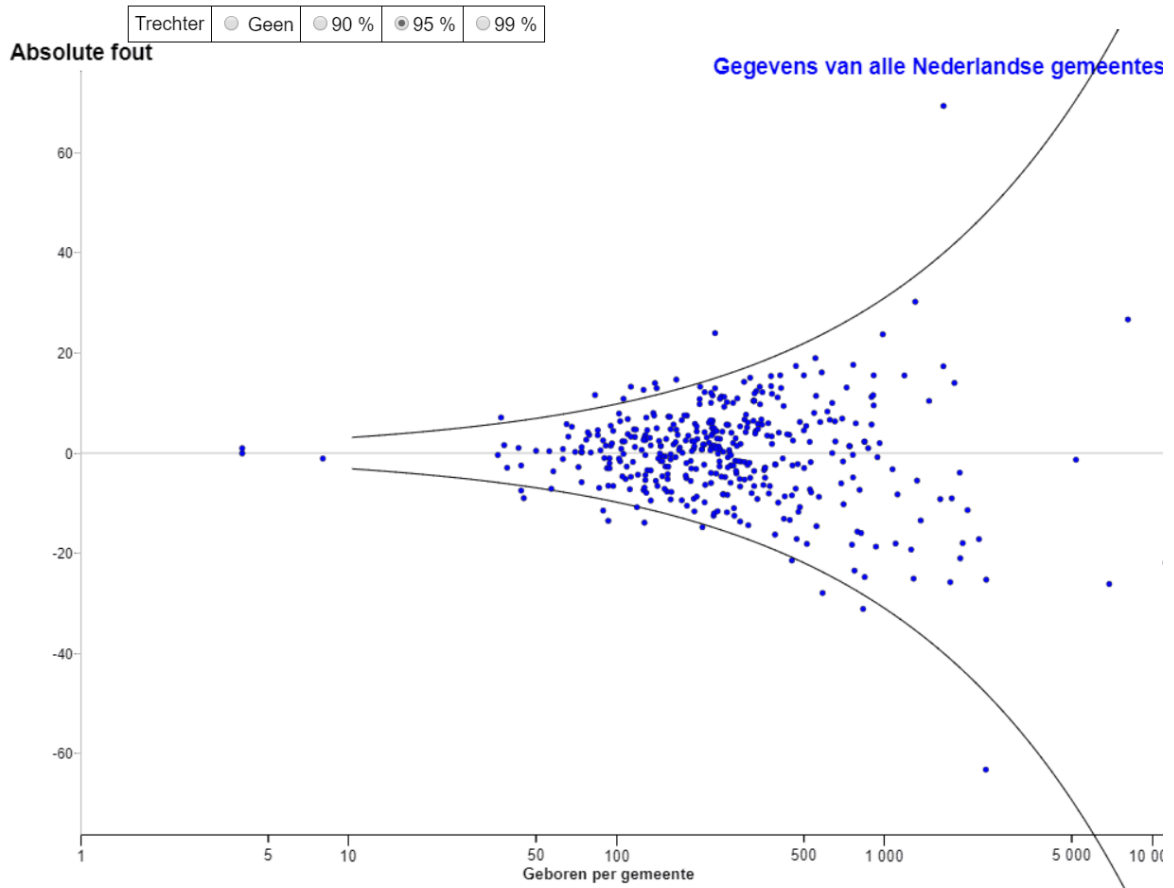
7 Wet van de grote en kleine aantallen

Kies de app Wet van grote en kleine aantallen.

Je kunt de kolommen sorteren door op de kop van de kolom te tikken. Als je met de muis over een cirkeltje in de grafiek heen gaat verschijnt de naam van de plaats en het aantal geboortes en de absolute of relatieve fout. De absolute fout is de afwijking van het verwachte aantal jongens tot het echte aantal jongens. Dat de absolute afwijking toeneemt kun je je gemakkelijk voorstellen Bij een gemeente als Deftzyl met 300 geboortes per jaar is een afwijking van 30 al heel wat. Terwijl dat voor Rotterdam met 8107 geboortes heel gemakkelijk kan. Het verwachte aantal mannelijke geboortes in Rotterdam is $8107 \cdot 51.10\%$

= 4143





In de tekst staat een lastige vraag

Duidelijk is te zien dat de spreiding van het percentage jongens groot is voor kleine gemeentes. Daartegenover is de spreiding in percentage jongens klein voor grote gemeentes. (Amsterdam (50,90%), Rotterdam(51,42%), Den Haag(50,72%))

Heb jij een verklaring?

Een antwoord

Het antwoord staat in opgave 1.2.f. Alleen de conclusie moet nog worden getrokken.

Voor een gemeente met precies 30 geboortes. Stel de kans op een jongen is 50%. Dan heeft ieder rijtje MVMMVVV...MVVM een even grote kans. Het aantal geboren jongetjes is het aantal M in het rijtje?
 Hoeveel mogelijke rijtjes zijn er met alleen maar M?
 Hoeveel rijtjes zijn er met precies één V?

Hieronder staat een rijtje met precies 15 van de dertig een M.

MMMMM VVVVV MMMMM VVVVV MMMMM VVVVV

Er zijn in totaal 155 117 820 verschillende rijtjes met precies 15 M.

Bedenk zelf vier andere rijtjes met ook precies 15 M? Als wij voor het gemak aannemen dat de kans op jongen of meisje precies 50% is. Dan heeft iedere mogelijke volgorde van M en V een even grote kans.

Het aantal mogelijkheden om precies 15 mannen te krijgen is dus heel veel groter dan de kans op 0 of 1 man. De kans op precies 15 mannen is $155\,117\,820 / 2^{30} = 14.446\%$.

Voor meer informatie over geboortecijfers van jongens en meisjes zie `Geboortes_man.doc` onder andere over de verandering van het percentage jongens vlak na de eerste en tweede wereldoorlog.

Er zijn nog meer opmerkingen te maken: Is geslacht vrucht afhankelijk van leeftijd moeder? In sommige culturen is er sprake van dat meisjes vaker geaborteerd worden dan jongens.