

Voorbeelden van gebruik van 5 VUSTAT-apps

Piet van Blokland

Begrijpen van statistiek door simulaties en visualisaties

Hoe kun je deze apps gebruiken bij het statistiek onderwijs?

De apps van VUSTAT zijn gratis beschikbaar op www.vustat.eu en zijn in alle gangbare browsers op alle computerplatforms te gebruiken.

Over vijf van de 25 apps van VUSTAT namelijk: *steekproevenverdeling*, *de wet van kleine en grote aantallen*, *ja-nee verdeling*, *data analyse* en *verdelingen* vertellen wij u hieronder graag wat meer.

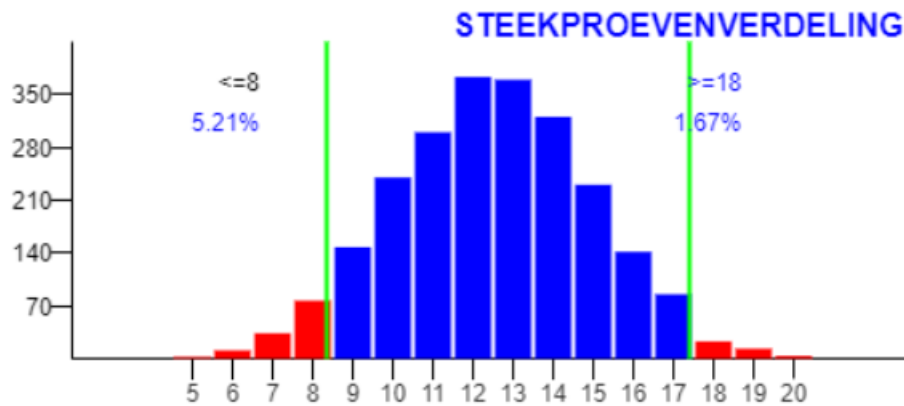
Steekproevenverdeling

Wie is Tim en wie is Bob?

Een onderzoek in een klas van minstens 20 leerlingen



Iedere leerling moet aangeven wie hij denkt dat Bob is. Ervaring leert dat zowel in Amerika, Japan als Nederland de overgrote meerderheid Tim kiest voor de linkse man. Meestal niet iedereen. Met de app *steekproevenverdeling* kun je uitzoeken of deze uitkomst toeval is. Kies dan populatie **Proportie**, als percentage in de doos 50%, en als omvang van de steekproef het aantal leerlingen in de klas. Als 18 van de 25 leerlingen inderdaad Tim links hebben gekozen krijg je onderstaande grafiek

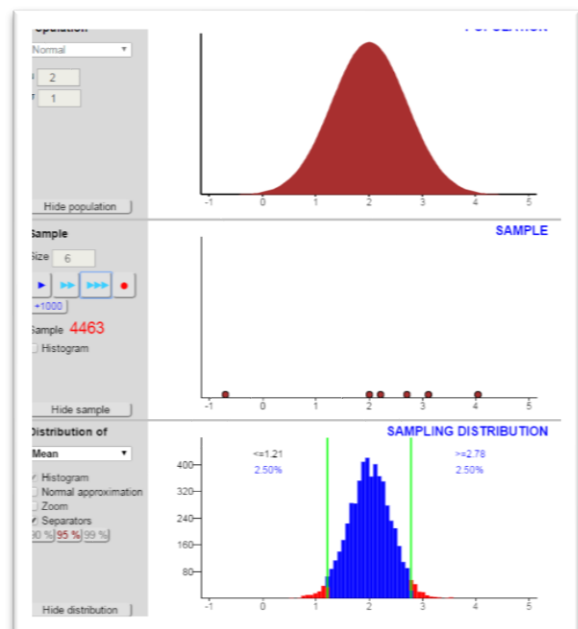


Deze app is belangrijk voor het ontwikkelen van intuïtie voor het trekken statistische conclusies. De steekproevenverdeling is daarbij een belangrijke bouwsteen. Je ziet met deze app wat je doet en je kunt het proces goed volgen. Het begrip wordt langzaam opgebouwd maar de resultaten worden snel berekend.

Didactische opmerking.

Vaak start ik de app aan het begin van de les met standaard instellingen met het langzame tempo. Daarna snel. Leerlingen zien dan de steekproevenverdeling van het gemiddelde ontstaan. Verander dan de omvang van de steekproef naar 100. Doe 1 simulatie en vraag de klas dan of de steekproevenverdeling van het gemiddelde breder of smaller wordt.

Je ziet met deze app onmiddellijk dat een steekproevenverdeling van het gemiddelde vaak klokvormig verdeeld is, Ook wanneer de populatie bij lange na niet normaal verdeeld is. Is deze steekproevenverdeling bij benadering normaal verdeeld. Bijvoorbeeld bij de .V-form. Leerlingen kunnen dit gemakkelijk bij een paar voorbeelden controleren. Het schatten van een p-waarde werkt in deze app heel eenvoudig met de schuiven. Dat gebeurt zelfs in omstandigheden waar het toepassen van de formules niet verantwoord is. De app biedt de leerling diverse populaties om steekproeven uit te trekken. De onderste 5 populaties kunnen met de muis worden aangepast en de leerlingen kunnen onderzoeken hoe hier de steekproevenverdeling van het gemiddelde eruit ziet. waarbij de $\sqrt{n}$ -wet geldt.

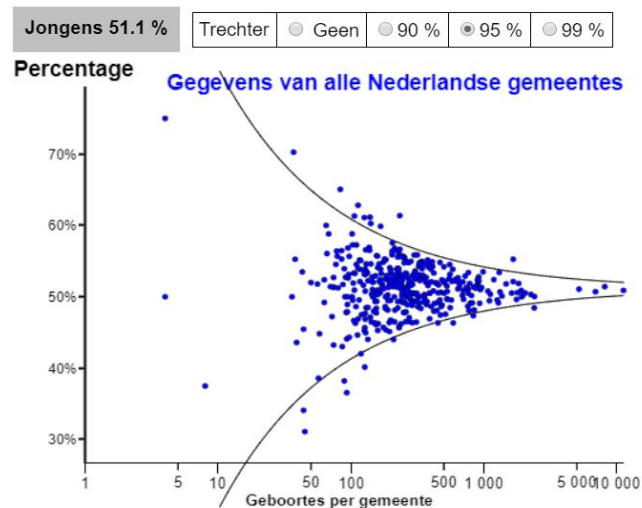


Onderzoeken:

- De leerlingen kunnen controleren dat de $\sqrt{n}$ -wet geldt in al die situaties die hierboven beschreven zijn.
- Is het mogelijk dat met een steekproef omvang van 40, de steekproef verdeling ver van normaal is
- Onderzoek de steekproeven verdeling van het maximum van een uniforme continue verdeling?
- Maak drie heel verschillende populaties met $\mu = 22$ en $\sigma = 6$ en onderzoek de verschillen tussen de steekproevenverdeling van het gemiddelde bij deze drie verdelingen

De wet van kleine en grote aantallen

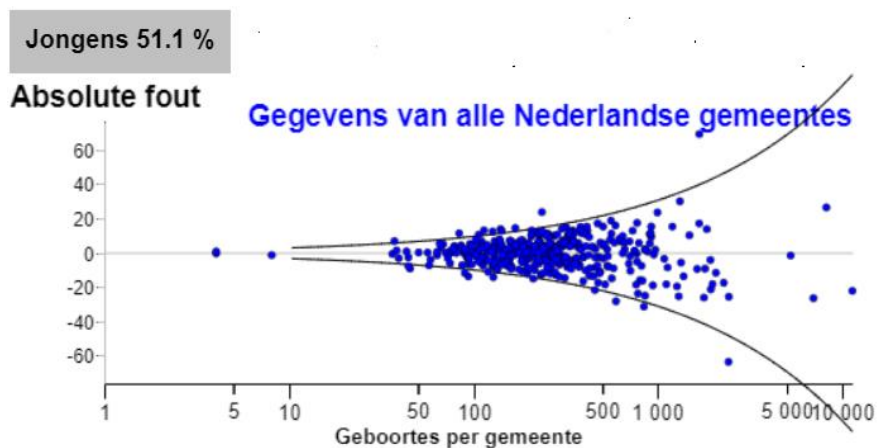
Het is niet gemakkelijk om voorbeelden in de natuur waar alleen maar toeval een rol speelt te vinden. De kans op een jongen of meisje bij de geboorte lijkt er een te zijn, die gemakkelijk te begrijpen is. In de grafiek hieronder staat op de x-as het aantal geboortes in de gemeentes van Nederland en op de y-as het percentage jongens. Deze grafiek demonstreert de wet van kleine en grote aantallen. Bij kleine aantallen veel spreiding en bij grote aantallen weinig spreiding.



Het percentage mannelijke geboortes per gemeente

Door met de muis over een bolletje heen te gaan verschijnen de gegevens van de bijbehorende gemeente.

Echter, als je kijkt naar de grafiek met op de y-as de absolute verschillen tussen het verwachte aantal mannelijke geboortes en het waargenomen aantal, dan zie je een kleine spreiding voor kleine gemeentes en een grote spreiding voor grote gemeentes. Dit houdt natuurlijk samen met de schaal van de y-as..



Absolute fout van het aantal geboren jongetjes

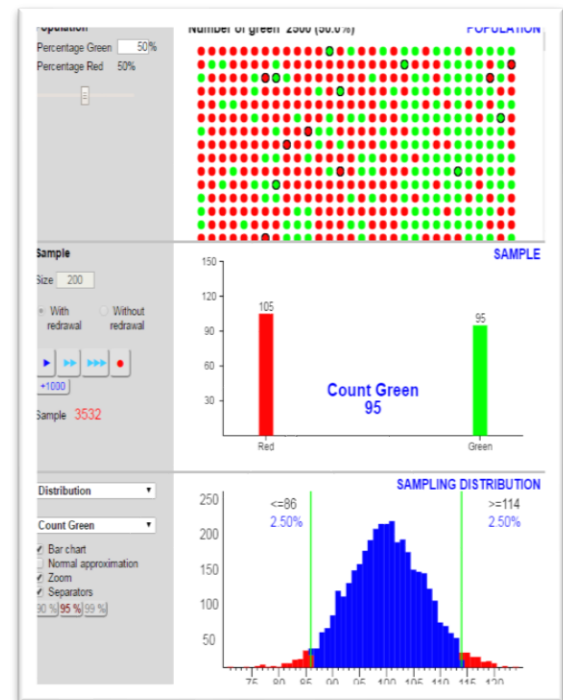
Steekproeven uit ja-nee populatie

Ook deze app is een mooi voorbeeld waarbij leerlingen inzicht krijgen in de relatie tussen steekproef en populatie. Het onderzoeken van steekproefvariatie met groeiende en herhaalde steekproeven in realistische contexten en met behulp van simulaties versterkt het inzicht in het steekproefconcept en de relatie tussen steekproef en simulatie.

De ja-nee verdeling (alternatief-p) leent zich uitstekend voor een makkelijk te begrijpen realistische context. De relatie tussen de rode en groene balletjes en de twee mogelijke uitkomsten is gauw gelegd.

Uit deze populatie kun je, met of zonder terugleggen, steekproeven nemen. Theoretisch is de steekproevenverdeling een binomiale verdeling .bij de optie *met terugleggen*.

Met de schuiven bij de steekproeven verdeling . kun je laten zien wanneer een simulatie een extreme uitkomst heeft.



Data-analyse

De app 'Data-analyse' biedt de leerling alles wat nodig is om met datasets om te gaan, zowel op elementair als op gevorderd niveau. De app is geschikt vanaf twaalf jaar tot bovenbouw. De dotplot de boxplot en veel andere bekende diagrammen zijn op een eenvoudige manier tevoorschijn te toveren. En ook zaken als frequentietabellen, kruistabellen en kentallen kunnen heel eenvoudig worden verkregen. Deze app biedt naast voor de hand liggende zaken ook verdergaande opties. Denk daarbij aan het indelen in klassen, aan het groeperen en aan het vergelijken van groepen. Verder biedt de app allerlei voorbeeld datasets, zoals de dataset *begin.json* die alle typen variabelen bevat voor een vingeroefening met data-analyse en het vergelijken van groepen.

Verdelingen

Met deze app kun je van allerlei bekende en minder bekende kansverdelingen een grafiek maken door de parameters op te geven. Verander de parameters en zie hoe de grafiek verandert. Verschuif een grens en zie hoe de grootte van een gebied onder de grafiek wijzigt. Een tabellenboek of ingewikkelde procedure met grafische rekenmachine zijn niet meer nodig. Indien gewenst geeft de app meer decimalen.

De beschikbare verdelingen zijn: Normale verdeling, Binomiale verdeling, Hypergeometrische verdeling, Poisson verdeling, t-verdeling, χ^2 -verdeling, F-verdeling, Uniforme discrete verdeling, Uniform continue verdeling, En Exponentiele verdeling

De aanwezigheid van eenvoudige verdelingen als uniform continu geeft de mogelijkheid om het idee van verdelingen verder te bespreken. Een klassengesprek waarbij gevraagd wordt naar wat de app laat zien als j

Het gebruik van de schuiven ondersteunt de vorming van het begrip overschrijdingskans

Beschikbaar lesmateriaal

1. Toeval in de greep een complete cursus voor VWO A en VWO C ontwikkeld door Douwe Wielenga op het IJburg college.
2. De Titanic, statisch onderzoek met kruistabellen ontwikkeld door Carel van de Giessen