Wortel n-wet

1 Introductie

* 1. Steekproeven trekken.
	*Hier een stukje tekst dat leerlingen motiveert om met dit onderwerp aan de gang te gaan en hun voorbereid dat er opgaven komen waarin toeval een rol speelt*
	Wetenschap heeft veel invloed op allerlei beslissingen in het dagelijks leven. Helpt een medicijn en wordt het voorgeschreven? Hoeveel vergif is acceptabel? Hoeveel gewasbescherming is nodig?
	Bij vrijwel elk onderzoek is er variatie in de uitkomsten. Onderzoek zal vaak laten zien dat de resultaten wisselend zijn. Het toeval speelt een rol, maar soms zijn er ook echte effecten. In deze lessen leren wij de taal en de begrippen om met deze onzekerheden om te gaan.
	2. Voor tal van onderzoeken worden random steekproeven getrokken uit populaties. De elementen van de steekproeven worden onafhanklijk van elkaar getrokken. De kansen worden gegeven door de verdeling van de populatie. In de app steekproevenverdeling staat de verdeling van de populatie in het bovenste scherm. De getrokken steekproef in het middelste scherm en alle gemiddeldes van de getrokken steekproeven in het onderste scherm. In het onderste scherm kan ook voor iets anders als het gemiddelde worden gekozen, bijvoorbeeld maximum of sd van de steekproeven.
	3. De verdeling die bij het starten van de steekproeven app te voorschijn komt, is de normale verdeling met µ=0 en σ =1 De µ(uitspraak: mu) is het gemiddelde van de populatie. en σ(uitspraak sigma) is de standaarddeviatie van de populatie. De standaarddeviatie is een maat voor de gemiddelde afwijking van het gemiddelde. Bij deze normale verdeling is de kans op een getal tussen -2 en 2 ongeveer 95% en de kans op een getal tussen -3 en 3 ongeveer 99%

*Opdracht1*

1. Ga naar de website www.vustat.eu. Start de app steekproeven verdeling. En start de app.
2. Druk op knop .
3. Beschrijf wat er gebeurd op middelste en onderste scherm
4. Onderbreek het steekproeftrekken door nogmaals op  te klikken.
Klik op een bolletje in het onderste scherm. In het middelste scherm verschijnt de bij dat bolletje horende steekproef.
5. Zet tempo op snel en doe minimaal 1000 trekkingen
6. Beschrijf het resulaat op het onderste scherm
7. Stop het steekproeven trekken met de knop .Pas daarna kunnen de parameters worden gewijzigd.
8. Verhoog de omvang van de steekproef tot 60.
9. Doe één keer een trekking met de steekproef omvang van 60 met de knop 
10. Beschrijf je verwachting voor de onderste grafiek als dit steekproef trekken duizenden keren herhaald wordt. Welke verschillen met de grafiek van f) met steekproef omvang van 6 verwacht je?
11. Probeer het uit.
12. Heb je ook een intuïtive verklaring ervoor dat de grafiek veel smaller wordt?

Onthou De parameters kunnen pas gewijzigd worden als het steekproeftrekken gestopt is met de knop 

2 Wortel-n-wet

*Opdracht 2 (eigen verdeling)*

1. Kies de verdeling *Eigen verdeling*. De eigen verdeling kun je veranderen met de muis. Ga met de ingedrukte muis over de grafiek, De grafiek wordt dan aangepast. Het gemiddelde (µ) en de spreiding (σ) van de populatie worden steeds berekend. De spreiding van de populatie is een maat voor de afwijking van de populatie voor het gemiddelde
2. Maak drie heel verschillende verdelingen met **σ =10.0**.Met de laatste verdeling gaan we verder
3. Kies als grootte steekproef 16. Trek enkele duizenden steekproeven Wat is gemiddelde en sd van steekproeven verdeling van het gemiddelde. Je ziet dat na verloop van tijd de kentallen van de steekproevenverdeling van het gemiddelde zich stabiliseren.
4. Kies als grootte steekproef 25. Trek enkele duizenden steekproeven Wat is gemiddelde en sd van steekproeven verdeling van het gemiddelde. Na ongeveer 1000 keer trekken beginnen de kentallen van de steekproeven getallen te stabiliseren.
**Wortel n-wet**

$$sd\_{steekproefgemiddeldes}=\frac{σ}{\sqrt{n}}$$

1. Controleer de wortel-n-wet met n=16 (c) en n=25(d)
2. Klopt de wet ook bij steekproef omvang 100
3. *Als de steekproefomvang verviervoudigd, dan halveert de standaardeviatie van de steekproefgemiddeldes*. Controleer dit met n=100 en n=400

Opdracht 3(Steekproeven van grote omvang)

Een kleine steekproef (n=10) geeft weinig informatie over de vorm van de populatie. Gebruik de verdeling *V-vorm*. Bij een grote steekproef (n=1000) krijg je op grond van de steekproef een redelijk indruk over de vorm van de populatie. De sd van de steekproef en de σ van de populatie verschillen weinig Evenals het gemiddelde van de steekproef en µ. Ga dit na.

*Opdracht 4 (andere verdelingen)*

1. Onderzoek of de wortel n-wet ook geld bij de normale verdeling ( neem µ=100 σ=16 en omvang steekproef n=64 )
2. Onderzoek dezefde verdeling bij steekproef omvang 256
3. Onderzoek of de wortel n-wet ook geldt bij de uniform discrete verdeling met door jou gekozen parameters.
4. Onderzoek of de wortel n-wet ook geldt bij de uniform continue verdeling met door jou gekozen parameters.
5. Wij hebben steeds onderzoek gedaan over de steekproevenverdeling van het **gemiddelde.**
De wortel n-wet geldt **niet** voor het steekproevenverdeling van het **maximum**. Onderzoek dit voor de normale verdeling met µ=100 σ=16 en omvang steekproef n=20 en n=80

*Proportie of ja-nee verdeling*

Proportie is een hele speciale verdeling die echter wel vaak voorkomt. Het gaat in situaties waarbij slechts twee mogelijkheden zijn. Ja of nee, rood of groen, succes(1) of mislukking(0). Bij proportie kan zowel de steekproevenverdeling van het aantal als van de proportie of van percentage worden getekend.

Als de proportie groen $π$ is dan geldt voor de populatie dat gemiddelde $μ=π$ en $σ=\sqrt{π\left(1-π\right)}$

*Opdracht 5*

1. Controleer of de wortel n-wet geldt voor de proportie. Neem proportie groen $π$ = 0.7 en omvang steekproef 50.
De wortel-n wet voor ja-nee verdelingen is
$$sd\_{proportie}=\sqrt{\frac{π\*(1-π)}{n}}$$
2. De wortel-n wet geldt niet voor aantal. Voor de sd van de steekproevenverdeling van aantal geld $sd\_{aantal}=\sqrt{n\*π\*\left(1-π\right)}$). Controleer dit.

*Opdracht 6*

Een overijverige scheidsrechter wil zijn muntje grondig controleren voordat de wedstrijd begint. Daartoe gooit hij 200 keer met het muntje en registreert het aantal kop dat hij gooit

1. Speel eerst even met de verdeling proportie. In het onderste scherm kan zowel aantal worden weergegeven als proportie
2. Bij welke aantal kop zou de scheidsrechter een ander muntje moeten nemen?
3. Zou deze scheidsrechter al een kleine afwijking in de kans op kop ( Bijvoorbeeld een echte kans van 49% in plaats van de gewenste 50 %) kunnen ontdekken?
4. Zou deze scheidsrechter een grote afwijking in de kans op kop (Bijvoorbeeld kans kop =20%) ontdekt hebben? Is het absoluut zeker dat de scheidsrechter deze afwijking ontdekt zou hebben.

Centrale limietstelling

Je hebt vast al gemerkt dat de steekproevenverdeling van het gemiddelde heel vaak bij benadering normaal verdeeld is. In deze opdracht gaan wij dat verder onderzoeken.Grof gezegd als de steekproefomvang groter is als 30 dan is het verschil met de normale verdeling meestal klein

Opdracht 7



1. Maak zelf een verdeling die lijkt op bovenstaande
2. Neem een steekproef omvang van 6. Zie je nog iets terug van de bobbel rechts in de steekproevenverdeling van het gemiddelde? Kun je het ontstane beeld verklaren. Klik eventueel op een bolletje in het onderste scherm. In het middelste scherm verschijnt de bij dat bolletje horende steekproef.
3. Ga door met deze verdeling en kies steekproef omvang 20. Zoom in. Kun je nog iets terugzien bij de steekproevenverdeling van de verdeling van de populatie?
4. Een beter beeld kun je krijgen door de zoom aan te zetten.
5. Of de steekproevenverdeling van het gemiddelde normaal verdeeld kun je het gemakkelijkste zien met het laten tekenen van de normale verdeling in het onderste scherm. Met behulp van de schuiven kun je het verschil zien tussen de percentages van de normale verdeling en de steekproevenverdeling van het gemiddelde
6. Kies de exponentiele verdeling met $λ=1$ Neem weer steekproef omvang 20. Zoom in en vergelijk met de normale verdeling
7. Maak de verdeling die hierboven staat nog extremer. Veel bij 0 en een klein beetje bij 40 en niets er tussen.Laat zien dat het verschil met de normale verdeling groot is met n = 30.
8. Onderzoek ook de proportie. Als $n\*π>10 $ en $n\*\left(1-π>10 \right)$ dan is de normale benadering goed. Anders niet. Laat van beide situaties een duidelijk voorbeeld zien. Kies dus geen parameters vlak bij grens.